*Suites Numériques** Exércices de BAC*2008--2016*2éco/2sgc ***

Préparés par Pr : Asnina Noreddine

Exercice 1 : (SN 2012)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 0$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{1}{4}Un + \frac{3}{4}$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n < 1$.
3. *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_{n+1} - U_n = \frac{3}{4}(1 - U_n)$

b) En déduire que : (U_n) *est croissante et que :* (U_n) *est convergente .*

4. *On pose :* $V_n = U_n - 1$ *pour tout* n de $\aleph$.
   a) *Calculer* V_0.
   b) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{1}{4}$.
   c) *Calculer* V_n *puis* U_n *en fonction de* n
   d) *Calculer* $\lim U_n$.

Exercice 2 : (SN 2013)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 0$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{1}{4}Un + 2$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n < \frac{8}{3}$.
3. *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{4}(U_n - \frac{8}{3})$

b) En déduire que : (U_n) *est croissante et que :* (U_n) *est convergente .*

4. *On pose :* $V_n = U_n - \frac{8}{3}$*pour tout* n de $\aleph$.
   a) *Calculer* V_0.
   b) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{1}{4}$.

c. Calculer V_n *en fonction de n . En déduire que* $U_n = \frac{8}{3}(1 - (\frac{1}{4})^n)$

d. Calculer $\lim U_n$.

Exercice 3 : (SR 2010)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 2$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{5}{6}Un + \frac{1}{6}$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n > 1$.
3. *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{6}(U_n - 1)$
   b) En déduire que : (U_n) *est une suite croissante et que :* (U_n) *est conccergente .*
4. *On pose :* $V_n = U_n - 1$ *pour tout* n de $\aleph$.
   a) *Calculer* V_0.
   b) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{5}{6}$.
   c) *Calculer* V_n *puis* U_n *en fonction de* n
   d) *Calculer* $\lim U_n$.

Exercice 4 : (SN 2008)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 30$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{1}{5}Un + 20$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *On pose :* $V_n = U_n - 25$.
   a) *Calculer* V_0 .
   b) *Montrer que* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{1}{5}$.

c. Calculer V_n *en fonction de n .En déduire que :* $U_n = 25 + 5(\frac{1}{5})^n$.

d. Calculer $\lim U_n$.

3. supposons que dans une société , U_n *est le montant de production d'un produit A pendant l'année 2007+n en millions de dirhams . A partir de quelle année le montant de production sera strictement inferieur à 25,0016 millions dhs ?*

Exercice 5 : (SN 2016)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 0$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{2}{5}Un + 1$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n < \frac{5}{3}$.
3. *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{5}(U_n - \frac{5}{3})$

b) En déduire que : (U_n) *est croissante et que :* (U_n) *est conccergente .*

4. *On pose :* $V_n = U_n - \frac{5}{3}$ *pour tout* n de $\aleph$.
   a) *Calculer* V_0.
   b) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{2}{5}$.

c. Calculer V_n *en fonction de* n*.En déduire que :* $U_n = -\frac{5}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{5}{3}$.

d. Calculer $\lim U_n$

Exercice 6 : (SN 2015)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 1$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{1}{5}Un + 1$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n < \frac{5}{4}$.
3. *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{4}{5}(U_n - \frac{5}{4})$

b) En déduire que : (U_n) *est croissante et que :* (U_n) *est conccergente .*

4. *On pose :* $V_n = U_n - \frac{5}{4}$ *pour tout* n de $\aleph$.
   a) *Calculer* V_0.
   b) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{1}{5}$.

c. Calculer V_n *en fonction de* n*.En déduire que :* $U_n = -\frac{1}{4}(5 - \left(\frac{1}{5}\right)^n)$.

d. Calculer $\lim U_n$

Exercice 7 : (SN 2014)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 1$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{1}{2}Un + \frac{1}{4}$.

1 *Calculer* U_1 et U_2

2 *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n < \frac{1}{2}$.

3 *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{2}(U_n - \frac{1}{2})$
b) En déduire que : (U_n) *est croissante et que :* (U_n) *est convergente .*

4 *On pose :* $V_n = U_n - \frac{1}{2}$ *pour tout* n de $\aleph$.
   c) *Calculer* V_0.
   d) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{1}{2}$.

c. Calculer V_n *en fonction de* n*.En déduire que :* $U_n = \frac{1}{2}(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n)$.

d. Calculer $\lim U_n$

Exercice 8 : (SR 2015)

(U_n) *est définie par :* $U_0 = 8$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{1}{4}Un + 3$.

1. *Calculer* U_1 et U_2
2. *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $U_n > 4$.
3. *a) Montrer que :* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{4}(U_n - 4)$
   b) En déduire que : (U_n) *est décroissante et que :* (U_n) *est convergente .*
4. *On pose :* $V_n = U_n - 4$ *pour tout* n de $\aleph$.
   e) *Calculer* V_0.
   f) *Montrer que :* (V_n) *est géométrique de raison* $= \frac{1}{4}$.

c. Calculer V_n *en fonction de* n*.En déduire que :* $U_n = 4\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$.

d. Calculer $\lim U_n$

*Suites Numériques** Exércices de BAC*2008--2016*2éco/2sgc ***
Préparés par Pr : Asnina Noreddine

<table>
<tr>
<td>

Exercice 9 : (SR 2016)

La suite (U_n) *est définie par :* $U_0 = 0$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{u_n-1}{u_n+3}$.

1. *Calculer* U_1 *et* U_2
2. *a- vérifuer que :* $u_{n+1} + 1 = \frac{2(u_n+1)}{u_n+3}$

   b- Montrer par récurrence que :$(\forall n \in \aleph)$ $U_n > -1$.

   c- Montrer que : $(\forall n \in \aleph)$ $U_{n+1} - U_n = -\frac{(u_n+1)^2}{u_n+3}$

   d- En déduire que :(U_n) *est décroissante et que :*(U_n) *est convergente .*
3. *On pose* $v_n = \frac{u_n+2}{u_n+1}$

a-- Calculer V_0. *b-- Montrer que :* $V_{n+1} = \frac{3u_n+5}{2(u_n+1)}$

c-- Montrer que :(V_n) *est arithmétique de raison* $= \frac{1}{2}$. *d- Calculer* V_n *en fonction de n*

4. a- Vérifier que : $u_n = \frac{-v_n+2}{v_n-1}$. *b- En déduire que* $U_n = \frac{-n}{n+2}$. *c- Calculer* $\lim U_n$

</td>
<td>

Exércice10 : (SR 2011)

La suite (U_n) *est définie par :* $U_0 = 2$ *et* $(\forall n \in \aleph)$: $U_{n+1} = \frac{3u_n+4}{u_n+6}$.

1. *Calculer* U_1 *et* U_2
2. *a- Montrer par récurrence que :*$(\forall n \in \aleph)$ $U_n > 1$.

b-- Montrer que :(U_n) *est décroissante ; en déduire que :*(U_n) *est convergente .*

3. *On pose* $v_n = \frac{u_n+4}{u_n-1}$

a-- Calculer $V_n - 1$ *en fonction de* u_n *; en déduire que :* $v_n > 1$ *pour tout n de* $\mathcal{N}$

b-- Montrer que : $u_n = \frac{v_n+4}{v_n-1}$

c-- Montrer que:(V_n) *est géométrique de raison* $q = \frac{7}{2}$ *et calculer* V_n *en fonction de n*

d- En déduire U_n *en fonction de n.*

e- Calculer $\lim U_n$

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Exércice10 : (SN 2010)

La suite (U_n) *est définie par :* $U_0 = 2$ *et* $(\forall n \in \aleph)U_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$.

1. *Calculer* U_1 *et* U_2
2. *a- Montrer par récurrence que :*$(\forall n \in \aleph)$ $U_n > 1$.

b-- Montrer que : $(\forall n \in \aleph)$ $U_{n+1} - U_n = -\frac{(u_n+1)^2}{u_n+3}$

c-- En déduire que (U_n) *est décroissante et que* (U_n) *est convergente .*

3. *On pose* $v_n = \frac{u_n-2}{u_n-1}$

a-- Calculer v_0 *et montrer que* $(\forall n \in \aleph)$ $v_{n+1} - v_n = -1$

b-- En déduire que (v_n) *est une suite arithmétique et calculer* v_n *en fonction de n.*

c-- Montrer que : $u_n = \frac{v_n-2}{v_n-1}$ *En déduire* $u_n = \frac{n+2}{n+1}$

d-- Calculer $\lim u_n$

</td>
<td>

Exercice 11 : (SN 2009)

A-- (u_n) *est une suite géométrique de raison q=1.08 et* $u_1 = 100$

(v_n) *est défini par :* $v_1 = 1$ *et* $(\forall n \in N^*)$: $v_{n+1} = 1.08v_n + 8$.

1. *Calculer* u_n*=100(1.08)*$^{n-1}$
2. *On pose :* $w_n = v_n + 100$ *pour tout* n *de* $\aleph^*$.

   a) *Montrer que :*(w_n) *est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme*

   b) *En déduire que :* $v_n = 101(1.08)^{n-1} - 100$.

B--Un expert a proposé a un chef d'usine deux types de machines de production :

La machine type1 produit u_n *tonnes s'elle fonctionne n heures.*

La machine type1 produit v_n *tonnes s'elle fonctionne n heures.*

Sachant que le chef d'usine veux fonctionner l'une de ces deux machines 100 heures par semaine ;quel est le type de machine qui sera plus productif pendant une semaine ?

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Exércice11 : (SN 2011)

Soit h une fonction définie sur $[1; e]$ *par* $h(x) = x - lnx$

1- *Calculer h'(x) ; étudier son signe sur*$[1; e]$ *;puis montrer que h est croissante sur* $[1; e]$.

2- (U_n) *est définie par :* $u_0 = e$ *et* $(\forall n \in \aleph)u_{n+1} = u_n - ln(u_n)$

a) *Montrer par récurrence que :* $(\forall n \in \aleph)$ $1 \leq U_n \leq e$.

b) *Montrer que :*(U_n) *est croissante*

c) *Déduire que :*(U_n) *est convergente*

d) *Montrer que* $\lim u_n = 1$

</td>
<td>

Exércice12 : (SR 2012)

La suite (u_n) *est définie par :* $u_0 = 0$ *et* $(\forall n \in \aleph)u_{n+1} = \frac{1}{2-u_n}$.

1. *Calculer* u_1 *et* u_2
2. *a- Montrer par récurrence que :*$(\forall n \in \aleph)$ $u_n < 1$.

   b-- Montrer que : $(\forall n \in \aleph)$ $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n-1)^2}{u_n+3}$

c-- En déduire que (u_n) *est croissante et que* (u_n) *est convergente .*

3. *On pose* $v_n = \frac{u_n-2}{u_n-1}$

a- Calculer $v_{n+1} - v_n$*;déduire que* (v_n)*est arithmétique de raison r=1.*

b- Montrer que : $(\forall n \in \aleph)$ $u_n = \frac{v_n-2}{v_n-1}$

c- calculer v_n *en fonction de n, en déduire* $(\forall n \in \aleph)$ $u_n = \frac{n}{n+1}$

d-- Calculer $\lim u_n$

</td>
</tr>
</table>